

Model Matematika Penyebaran HIV/AIDS dengan Edukasi Kesehatan

Marsudi^{1)*}, Ratno B. E. Wibowo¹⁾

¹⁾ Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya, Malang 65145

Diterima 21 Februari 2013, direvisi 5 April 2013

ABSTRAK

Dalam penelitian ini telah dilakukan analisis kestabilan penyebaran HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan melalui perluasan model *SI* (*susceptible-infected*). Dalam pemodelan epidemik HIV/AIDS, populasi dibagi menjadi enam subpopulasi: *susceptible* tanpa edukasi, *susceptible* dengan edukasi, *infected* tanpa edukasi tanpa simptom AIDS, *infected* tanpa edukasi dengan simptom AIDS, *infected* dengan edukasi dan tanpa simptom AIDS dan *infected* dengan edukasi dan simptom AIDS. Titik kesetimbangan bebas penyakit model adalah stabil asimtotik lokal jika angka reproduksi efektif lebih kecil satu dan tidak stabil jika angka reproduksi efektif lebih besar satu. Titik kesetimbangan endemik ada jika angka reproduksi efektif lebih besar satu dan kestabilannya ditentukan menggunakan teori manifold pusat. Teori manifold pusat dapat digunakan untuk menganalisis kestabilan dekat titik kesetimbangan bebas penyakit (angka reproduksi efektif sama dengan satu). Dampak edukasi kesehatan pada penyebaran HIV/AIDS dikaji dengan analisis sensitivitas angka reproduksi efektif terhadap semua parameter yang mendorong dinamika penyakit.

Kata kunci: HIV/AIDS, angka reproduksi efektif, analisis kestabilan dan sensitivitas.

ABSTRACT

In this research has been carried out the stability analysis of HIV/AIDS epidemic model with a public health educational through the expansion of the *SI* (*susceptible-infected*) model. In modeling of HIV/AIDS epidemic, the population is divided into six subpopulations: uneducated susceptible individuals, educated susceptibles individuals, uneducated infected individuals without AIDS symptoms, educated infected individuals with AIDS symptoms, uneducated infected individuals with AIDS symptoms and educated infected individuals with AIDS symptoms. The disease free equilibrium point of the HIV transmission model with education program is locally asymptotically stable if the basic reproduction number is less than unity and unstable if the basic reproduction number is greater than unity. The endemic equilibrium point is exist if the effective reproduction number is greater than unity and stability of endemic equilibrium point has been determined using the Center manifold theory. The center manifold theory can be used to analyze the stability near the disease free equilibrium point (the effective reproduction number is equal to unity). The impact of a public health education on the spread of HIV/AIDS, the sensitivity analysis on effective reproduction numbers respect to all the parameters which drive the disease dynamics.

Key word: HIV/AIDS, effective reproductive number, stability and sensitivity analysis.

PENDAHULUAN

*Corresponding author :
E-mail: marsudi61@ub.ac.id

HIV (*Human Immunodeficiency*) dan
AIDS (*Acquired Immune Deficiency*)

Syndrome) adalah salah satu masalah kesehatan yang sedang dihadapi masyarakat dunia akhir-akhir ini. Saat ini tidak ada negara yang terbebas dari HIV/AIDS dan HIV/AIDS telah menyebabkan krisis multidimensi terutama dalam bidang kesehatan. Salah satu prioritas kegiatan upaya penanggulangan HIV/AIDS adalah perubahan perilaku resiko tinggi pada kelompok rentan (*susceptible* aktif-seksual), kelompok beresiko tertular (*Infected* HIV tanpa simptom AIDS) dan kelompok tertular (*Infected* HIV dengan simptom AIDS). Salah satu program pencegahan HIV/AIDS adalah sosialisasi pencegahan HIV/AIDS melalui media komunikasi, informasi dan edukasi (KIE) HIV/AIDS [1]. Perkembangan efektifitas program pencegahan HIV/AIDS belum memadai meskipun cakupan program meningkat. Banyak aspek penanggulangan yang belum diketahui.

Matematika, khususnya pemodelan matematika telah banyak membantu dalam pemahaman fenomena penyebaran epidemik penyakit menular seperti HIV/AIDS. Hussaini, dkk. [2] dan Mukandavire, dkk. [3] mengkaji program penggunaan kondom, kampanye edukasi kesehatan publik dan perlakuan untuk pemberantasan epidemik HIV di berbagai negara dan komunitas. Marsudi, dkk. [4] mengkaji secara analitis perilaku kualitatif dampak dari kampanye program edukasi kesehatan masyarakat model penyebaran HIV. Chitnis, dkk. [5] mengukur pengaruh skrining dan vaksinasi pada dinamika HIV/AIDS menggunakan analisis sensitivitas pada semua parameter terhadap angka reproduksi efektif. Indeks sensitivitas dari angka reproduksi efektif mengukur penyebaran penyakit awal.

Dalam penelitian ini difokuskan pada analisis dinamik model penyebaran HIV dengan edukasi kesehatan (tanpa intervensi farmaseutikal) dan menggunakan angka reproduksi efektif untuk menerangkan parameter-parameter model yang dapat dikontrol untuk mengurangi penyebaran HIV/AIDS.

METODE PENELITIAN

Untuk menganalisis perilaku kualitatif model epidemik HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan digunakan analisis dinamik dengan langkah-langkah sebagai berikut: (i) menggunakan model matematika perluasan model *SI* (*Susceptible-Infected*) berbentuk persamaan diferensial *nonlinear* untuk model epidemik HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan, (ii) mengkaji perilaku kestabilan titik kesetimbangan dari model yang telah diperoleh menggunakan analisis dinamik. Kestabilan lokal dikaji menggunakan konsep angka reproduksi efektif yang diturunkan dengan metode matriks generasi berikutnya. Kestabilan global dikaji menggunakan Prinsip Invariansi LaSalle dan Kriteria Poincare-Bendixson (Dulac-Bendixson), (iii) menganalisis sensitivitas angka reproduksi efektif terhadap parameter-parameter model.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Penyebaran HIV/AIDS.

Model penyebaran HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan, populasi aktif seksual dibagi menjadi enam subpopulasi: *susceptible* tanpa edukasi (S_1), *susceptible* dengan edukasi (S_2), *infected* tanpa edukasi, tanpa AIDS (I_1), *infected* tanpa edukasi dengan AIDS (A_1), *infected* dengan edukasi, tanpa AIDS (I_2) dan *infected* dengan edukasi dan AIDS (A_2). Diasumsikan bahwa individu-individu *susceptible* yang direkrut masuk populasi dengan laju per kapita Λ . Ada kematian karena penyakit, tidak ada penyebaran vertikal, semua subpopulasi terdapat kematian alami dan infeksi hanya melalui interaksi seksual.

Berdasarkan pada asumsi-asumsi di atas, diperoleh model matematika penyebaran HIV/AIDS

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_1}{dt} &= (1-p)\Lambda - [\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_1 - (\varepsilon + \mu)S_1 \\
 \frac{dS_2}{dt} &= p\Lambda + \varepsilon S_1 - (1-\theta)[\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_2 - \mu S_2 \\
 \frac{dI_1}{dt} &= [\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_1 - (\sigma_1 + \mu)I_1 - \kappa_1 I_1 \\
 \frac{dA_1}{dt} &= \sigma_1 I_1 - (\gamma_1 + \mu)A_1 - \kappa_2 A_1 \\
 \frac{dI_2}{dt} &= (1-\theta)[\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_2 + \kappa_1 I_1 - (\sigma_2 + \mu)I_2 \\
 \frac{dA_2}{dt} &= \sigma_2 I_2 + \kappa_2 A_1 - (\gamma_2 + \mu)A_2
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{dimana } \lambda_1 = \frac{\beta(I_1 + \eta_1 A_1)}{N}, \lambda_2 = \frac{\beta(I_2 + \eta_2 A_2)}{N}$$

$$\text{dan } N = S_1 + S_2 + I_1 + I_2 + A_1 + A_2.$$

Parameter-parameter yang digunakan dalam model: Λ adalah laju rekrutmen *susceptible*, μ adalah laju kematian alami, γ_1 (γ_2) adalah laju kematian karena AIDS dalam A_1 (A_2), p adalah bagian dari individu rekrutmen baru dengan edukasi, ε adalah laju edukasi *susceptible* tanpa edukasi, κ_1 (κ_2) adalah laju edukasi individu-individu dalam I_1 (A_1), β adalah laju kontak efektif, η_1 (η_2) adalah parameter modifikasi dari keinfeksian tanpa edukasi (dengan edukasi), σ_1 (σ_2) adalah laju progresi dari I_1 ke A_1 (I_2 ke A_2), θ ($0 < \theta < 1$) adalah kehandalan edukasi dalam mencegah infeksi baru dan ψ ($0 < \psi < 1$) adalah faktor reduksi dari penyebaran HIV dengan edukasi.

Analisis Kestabilan. Karena sistem (1) memonitor perubahan dalam populasi manusia, maka semua variabel keadaan dan parameter model diasumsikan nonnegatif untuk setiap $t \geq 0$. Dengan menambahkan persamaan-persamaan dari sistem (1), diperoleh

$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{dt} &= \frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} + \frac{dI_1}{dt} + \frac{dA_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dA_2}{dt} \\
 &= \Lambda - \mu N - \gamma_1 A_1 - \gamma_2 A_2 \\
 &\leq \Lambda - \mu N.
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Maka } N \leq \frac{\Lambda}{\mu} - \left(\frac{\Lambda - \mu N_0}{\mu} \right) e^{-\mu t} \text{ sehingga}$$

$$N(t) \leq N(0) \text{ untuk } t \rightarrow 0 \quad \text{dan} \quad N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu}$$

$$\text{untuk } t \rightarrow \infty. \text{ Jadi, } 0 \leq N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu} \text{ dan}$$

$\Gamma = \left\{ (S_1, S_2, I_1, A_1, I_2, A_2) \in \mathbb{R}_6^+ \mid N \leq \frac{\Lambda}{\mu} \right\}$ adalah himpunan invarian positif untuk sistem (1).

Titik Keseimbangan Bebas Penyakit. Titik keseimbangan bebas penyakit $E_0^* = (S_1^*, S_2^*, I_1^*, A_1^*, I_2^*, A_2^*)$ dari model HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan (1) diperoleh dari kondisi keseimbangan

$$\frac{dS_1}{dt} = \frac{dS_2}{dt} = \frac{dI_1}{dt} = \frac{dA_1}{dt} = \frac{dI_2}{dt} = \frac{dA_2}{dt} = 0 \quad (3)$$

Jadi, sistem (1) mempunyai titik keseimbangan bebas penyakit

$$E_0^* = \left(\frac{(1-p)\Lambda}{\varepsilon + \mu}, \frac{(\varepsilon + p\mu)\Lambda}{\mu(\varepsilon + \mu)}, 0, 0, 0, 0 \right). \quad (4)$$

Angka Reproduksi Efektif. Angka reproduksi efektif dari sistem (1) diperoleh menggunakan metode matriks generasi berikutnya seperti yang dideskripsikan oleh [6]. Misalkan $X = (I_1, A_1, I_2, A_2, S_1, S_2)^T$. Sistem (1) dapat ditulis sebagai

$$\frac{dX}{dt} = \mathcal{F}(X) - \mathcal{V}(X),$$

dimana

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(X) &= \begin{bmatrix} [\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_1 \\ 0 \\ (1-\theta)[\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan} \\
 \mathcal{V}(X) &= \begin{bmatrix} (\sigma_1 + \mu + \kappa_1)I_1 \\ -\sigma_1 I_1 + (\gamma_1 + \mu + \kappa_2)A_1 \\ -\kappa_1 I_1 + (\sigma_2 + \mu)I_2 \\ -\sigma_2 I_2 - \kappa_2 A_1 + (\gamma_2 + \mu)A_2 \\ -(1-p)\Lambda + [\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_1 + (\varepsilon + \mu)S_1 \\ -p\Lambda - \varepsilon S_1 + (1-\theta)[\lambda_1 + (1-\psi)\lambda_2]S_2 + \mu S_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Matriks Jacobi dari $\mathcal{F}(X)$ dan $\mathcal{V}(X)$ pada titik kesetimbangan bebas penyakit E_0^* masing-masing adalah

$$D\mathcal{F}(E_0^*) = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D\mathcal{V}(E_0^*) = \begin{bmatrix} V & 0 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

di mana

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\beta S_1^*}{N^*} & \frac{\beta \eta_1 S_1^*}{N^*} & \frac{\beta(1-\psi)S_1^*}{N^*} & \frac{\beta(1-\psi)\eta_2 S_1^*}{N^*} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta(1-\theta)S_2^*}{N^*} & \frac{\beta \eta_1(1-\theta)S_2^*}{N^*} & \frac{\beta(1-\theta)(1-\psi)S_2^*}{N^*} & \frac{\beta(1-\theta)(1-\psi)\eta_2 S_2^*}{N^*} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$V = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 \\ -\sigma_1 & Q & 0 & 0 \\ -\kappa_1 & 0 & R & 0 \\ 0 & -\kappa_2 & 0 & T \end{bmatrix}$$

dengan $P = \sigma_1 + \mu + \kappa_1$, $Q = \gamma_1 + \mu + \kappa_2$, $R = \sigma_2 + \mu$ dan $T = \gamma_2 + \mu$.

Angka reproduksi efektif sistem (1) adalah nilai eigen dominan dari matriks FV^{-1} ,

$$\begin{aligned} R_{ef} &= \rho(FV^{-1}) \\ &= \beta [PQ(1-\theta)(1-\psi)(p\mu + \varepsilon)(T + \eta_2\sigma_2) \\ &\quad + \mu RT(1-p)(Q + \eta_1\sigma_1) \\ &\quad + \{\mu(1-p)(1-\psi)(\kappa_1 QT \kappa_2 \sigma_1 \eta_2 R \\ &\quad + \eta_2 \sigma_2 \kappa_1 Q)\}]/[PQRT(\varepsilon + \mu)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Angka reproduksi efektif, R_{ef} mengukur rata-rata jumlah infeksi baru yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi HIV dalam suatu komunitas di mana edukasi kesehatan digunakan sebagai strategi kontrol. Jika program edukasi kesehatan tidak ada,

$I_2 = A_2 = p = \varepsilon = \theta = \psi = \sigma_2 = \gamma_2 = \kappa_1 = \kappa_2 = 0$, maka

$$R_{ef} = \frac{\beta(\gamma_1 + \mu + \eta_1\sigma_1)}{(\sigma_1 + \mu)(\gamma_1 + \mu)} = R_0 \quad (6)$$

dengan R_0 adalah angka reproduksi dasar model tanpa edukasi kesehatan.

Kestabilan lokal dari titik kesetimbangan bebas penyakit E_0^* dirumuskan menggunakan Teorema 1 ([6] dan [2]).

Teorema 1. Titik kesetimbangan bebas penyakit E_0^* dari sistem (1) adalah stabil

asimtotik lokal jika $R_{ef} < 1$ dan tidak stabil jika $R_{ef} > 1$.

Titik Kesetimbangan Endemik. Titik kesetimbangan endemik terjadi jika penyakit ada dalam populasi. Model (1) mempunyai titik kesetimbangan endemik

$$E_1^* = (S_1^*, S_2^*, I_1^*, A_1^*, I_2^*, A_2^*) \neq 0.$$

dengan

$$\begin{aligned} S_1^* &= \frac{\Lambda(1-p)}{\varepsilon + \mu + \lambda^*}, \\ S_2^* &= \frac{\Lambda(\varepsilon + p\mu + p\lambda^*)}{(\varepsilon + \mu + \lambda^*)[(1-\theta)\lambda^* + \mu]}, \\ I_1^* &= \frac{\Lambda(1-p)\lambda^*}{P(\varepsilon + \mu + \lambda^*)}, \quad A_1^* = \frac{\sigma_1\Lambda(1-p)\lambda^*}{PQ(\varepsilon + \mu + \lambda^*)}, \\ I_2^* &= \frac{\lambda^*\Lambda(\lambda^*M^* + H^*)}{PR(\varepsilon + \mu + \lambda^*)[(1-\theta)\lambda^* + \mu]}, \\ A_2^* &= \frac{\lambda^*\Lambda(\lambda^*K^* + L^*)}{PQRT(\varepsilon + \mu + \lambda^*)[(1-\theta)\lambda^* + \mu]}. \end{aligned} \quad (7)$$

dengan

$$\lambda^* = \frac{\beta[I_1^{**} + \eta_1 A_1^{**} + (1-\psi)(I_2^{**} + \eta_2 A_2^{**})]}{N^*} \quad (8)$$

$$K^* = (1-\theta)[(1-p)(\kappa_2\sigma_1 C + \kappa_1\sigma_2\mu Q) + PQ\sigma_1 p],$$

$$L^* = \sigma_2 PQ(1-\theta)(p\mu + \varepsilon) + \mu(1-p)(\sigma_2 Q\kappa_1 + \sigma_1 R\kappa_2),$$

$$M^* = (1-\theta)[Pp + \kappa_1(1-p)],$$

$$H^* = P(1-\theta)(\varepsilon + p\mu) + \kappa_1\mu(1-p);$$

$$N^* = S_1^{**} + S_2^{**} + I_1^{**} + A_1^{**} + I_2^{**} + A_2^{**}.$$

Perhatikan persamaan

$$\lambda^* f(\lambda^*) = \lambda^* (A\lambda^{*2} + B\lambda^* + C) = 0; \quad (9)$$

dengan

$$A = RT(1-\theta)(1-p)(Q + \sigma_1) + M^* + K^*,$$

$$\begin{aligned} B &= PQRT[(1-p)(1-\theta) + p] \\ &\quad + \mu RT(1-p)(Q + \sigma_1) + QTH^* \\ &\quad + L^* - \beta[RT(1-p)(1-\theta)(Q + \sigma_1\eta_1) \\ &\quad + (1-\psi)(QTM^* + \eta_2 K^*)], \\ C &= PQRT(\varepsilon + \mu)(1 - R_{ef}). \end{aligned}$$

Solusi dari persamaan (9) adalah $\lambda^* = 0$ dan $f(\lambda^*) = 0$. $\lambda^* = 0$ berhubungan dengan titik kesetimbangan bebas penyakit (E_0^*) dan $f(\lambda^*) = 0$ berhubungan dengan titik kesetimbangan endemik (keadaan jika ada penyakit). Adanya titik kesetimbangan endemik dirumuskan dalam teorema berikut.

Teorema 2. Model HIV/AIDS dengan kampanye edukasi kesehatan mempunyai:

- (i) Satu titik kesetimbangan endemik jika $C < 0 \Leftrightarrow R_{ef} > 1$.
- (ii) Satu titik kesetimbangan endemik jika $B < 0, C = 0$ atau $B^2 - 4AC = 0$.
- (iii) Dua titik kesetimbangan endemik jika $B < 0, C > 0$ dan $B^2 - 4AC > 0$.
- (iv) Tidak ada titik kesetimbangan endemik selain (i), (ii) dan (iii).

Teorema 3 Titik kesetimbangan endemik E_1^* ada jika $R_{ef} > 1$. Teori manifold pusat ([7]) dapat digunakan untuk menganalisis kestabilan dekat titik kesetimbangan bebas penyakit ($R_{ef} = 1$) untuk menyelidiki kemungkinan adanya bifurkasi *backward*.

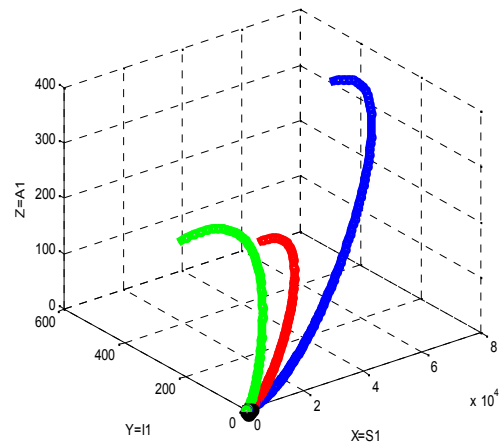
Simulasi Numerik. Untuk memperoleh gambaran hasil kajian numerik, simulasi numerik dari model (1) dikerjakan menggunakan nilai-nilai parameter estimasi pada Tabel 1.

Gambar 1 menunjukkan potret phase dalam ruang dimensi tiga antara populasi tanpa edukasi yang menunjukkan dinamika perilaku titik kesetimbangan bebas penyakit dari model (1) menggunakan nilai parameter dalam Tabel 1 dan tiga nilai awal:

- (1) $S_1(0) = 18000, I_1(0) = 400, A_1(0) = 150,$
 $S_2(0) = 3600, I_2(0) = 300, A_2(0) = 250$
- (2) $S_1(0) = 35000, I_1(0) = 300, A_1(0) = 150,$
 $S_2(0) = 3000, I_2(0) = 150, A_2(0) = 150$
- (3) $S_1(0) = 80000, I_1(0) = 500, A_1(0) = 300,$
 $S_2(0) = 10000, I_2(0) = 200, A_2(0) = 100.$

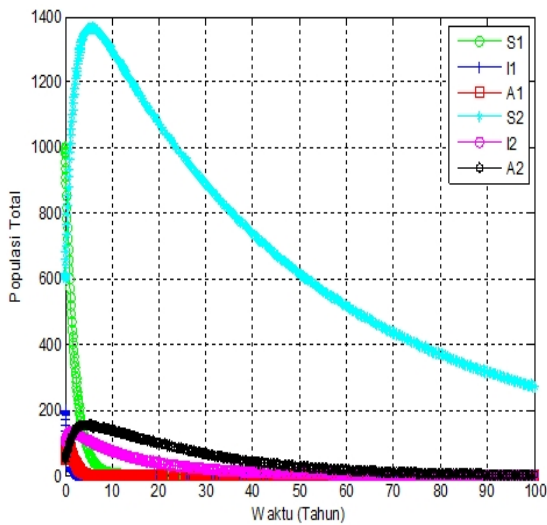
Tabel 1. Nilai Parameter-parameter model HIV dengan Edukasi kesehatan.

Simbol parameter	Nilai
ρ	0.5
β	0.06
θ	0.8
μ	0.02
ψ	0.7
ε	0.5
σ_1	1.6
σ_2	0.06
γ_1	0.47
γ_2	0.04
η_1	1.5
η_2	1.2
κ_1	0.5
κ_2	0.5



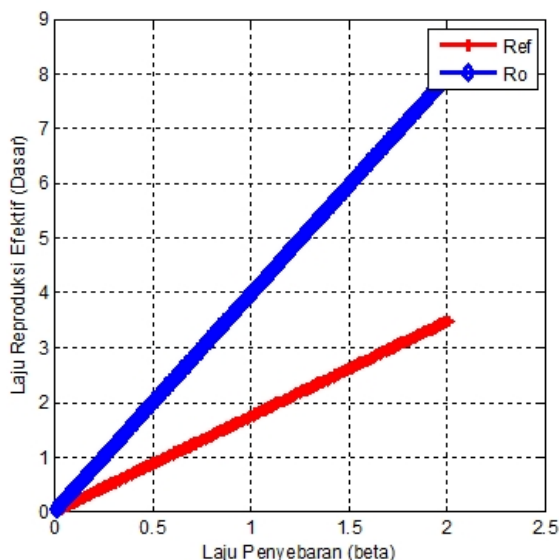
Gambar 1. Potret Phase dari S_1, I_1 dan A_1 .

Gambar 2 menunjukkan variasi dari populasi dalam semua kelas. Dengan bertambahnya waktu, populasi *susceptible* tanpa edukasi (S_1) tampak turun terus dan mencapai posisi kesetimbangannya. Hal ini disebabkan karena faktor reduksi dari penyebaran HIV dengan edukasi ψ . Demikian juga halnya dengan *infected* tanpa edukasi, tanpa AIDS (I_1) dan *infected* tanpa edukasi dengan AIDS (A_1), tampak turun terus hingga mencapai posisi kesetimbangannya.



Gambar 2. Variasi populasi dalam kelas berbeda.

Gambar 3 menunjukkan hubungan antara angka reproduksi (dasar dan efektif dengan) jika laju penyebaran atau laju kontak (β) berubah.



Gambar 3. Hubungan antara angka reproduksi jika β berubah.

Dari Gambar 3, tampak bahwa untuk $R_0 > 1$, jika β naik maka jumlah kasus kedua yang dihasilkan (R_0) juga naik. Jika β naik mempunyai dampak langsung pada dinamika penyakit pada kasus tanpa intervensi, yakni infeksi naik. Setelah dikenalkan dengan intervensi, tampak bahwa β mempertahankan

reduksi jika $R_{ef} < 1$. Jadi, jika edukasi kesehatan diperkenalkan kepada masyarakat akan mereduksi penyebaran penyakit HIV atau membasmi penyakit secara keseluruhan.

Analisis Sensitivitas pada R_{ef}

Untuk mengetahui pentingnya parameter-parameter model terhadap penyebaran HIV, perlu dihitung indeks sensitivitas pada semua parameter yang mempunyai pengaruh tinggi pada R_{ef} . Indeks sensitivitas dari R_{ef} ini mengukur penyebaran awal penyakit. Indeks sensitivitas dari R_{ef} terhadap parameter β adalah :

$$I_{\beta}^{R_{ef}} = \frac{\partial R_{ef}}{\partial \beta} \times \frac{\beta}{R_{ef}} = 1,$$

yang tidak bergantung pada nilai parameter lain. Ini berarti, dengan menaikkan (atau menurunkan) β sebesar 10% akan menaikkan (atau menurunkan) R_{ef} sebesar 10%. Secara sama, dapat ditentukan indeks sensitivitas dari R_{ef} terhadap parameter-parameter model yang lain yang dinotasikan dengan $I_{\sigma_2}^{R_{ef}}, I_{\gamma_1}^{R_{ef}}, I_{\gamma_2}^{R_{ef}}, I_{\eta_1}^{R_{ef}}, I_{\eta_2}^{R_{ef}}, I_{\kappa_1}^{R_{ef}}, I_{\kappa_2}^{R_{ef}}, I_{\rho}^{R_{ef}}, I_{\theta}^{R_{ef}}, I_{\mu}^{R_{ef}}$ dan $I_{\sigma_1}^{R_{ef}}$.

Menggunakan nilai parameter model dalam Tabel 1, nilai-nilai indeks sensitivitas dari kelima parameter $\beta, \eta_2, \eta_1, \kappa_1$ dan κ_2 adalah positif. Ini berarti, jika salah satu naik sementara yang lain konstan maka nilai R_{ef} naik dan akibatnya tingkat endemi penyakit juga naik. Sementara indeks sensitivitas dari kesembilan parameter $\sigma_1, \sigma_2, \gamma_1, \gamma_2, \varepsilon, \rho, \mu, \psi$ dan θ adalah negatif, artinya jika salah satu naik sementara yang lain konstan maka nilai R_{ef} akan turun dan mengakibatkan turunnya tingkat endemi penyakit.

Secara individu, parameter yang paling sensitif adalah kehandalan edukasi dalam mencegah infeksi baru (θ) dengan indeks sensitivitas -3.74, artinya dengan menaikkan (menurunkan) nilai θ sebesar 10% maka akan menurunkan (menaik-kan) R_{ef} sebesar 37.4%. Parameter berikutnya adalah faktor reduksi dari penyebaran HIV dengan edukasi (ψ) dengan indeks sensitivitas -2.292. Parameter

berikutnya adalah faktor reduksi dari penyebaran HIV dengan edukasi (ψ) dengan indeks sensitivitas -2.292. Parameter modifikasi dari keinfeksian dengan edukasi (η_2) dengan indeks sensitivitas 0.547, yang berarti dengan menaikkan (menurunkan) nilai η_2 sebesar 10% maka akan menurunkan (menaikkan) R_{ef} sebesar 5.47%. Parameter yang paling kurang sensitif adalah laju edukasi individu-individu dalam I_1 (κ_1) dan dalam A_1 (κ_2), dengan indeks sensitivitasnya sama dengan 0.006.

KESIMPULAN

Pada penelitian ini dapat ditarik kesimpulan bahwa dalam pemodelan epidemik HIV/AIDS, populasi dibagi menjadi enam subpopulasi: *susceptible* tanpa edukasi, *susceptible* dengan edukasi, *infected* tanpa edukasi tanpa simptom AIDS, *infected* tanpa edukasi dengan simptom AIDS, *infected* dengan edukasi dan tanpa simptom AIDS dan *infected* dengan edukasi dan simptom AIDS. Titik kesetimbangan bebas penyakit model adalah stabil asimtotik lokal. Titik kesetimbangan endemik ada jika angka reproduksi efektif lebih besar satu dan kestabilannya ditentukan menggunakan teori manifold pusat. Teori manifold pusat dapat digunakan untuk menganalisis kestabilan dekat titik kesetimbangan bebas penyakit (angka reproduksi efektif sama dengan satu).

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Dirjen Dikti, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, melalui DIPA Universitas Brawijaya Nomor: 0636/023-04.2.16/15/2012 tanggal 9 Desember 2011 dan SK Rektor Universitas Brawijaya Nomor: 058/SK/2012 tanggal 8 Pebruari 2012 atas pemberian biaya

Penelitian Unggulan PT-Fundamental tahun anggaran 2012.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim (2010), *Strategi Nasional Penanggulangan HIV dan AIDS 2010-2014*, Komisi Penanggu-langan AIDS Nasional.
- [2] Hussaini, N., Winter, M. and Gumel, A.B. (2011), Qualitative Assesment of The Role of Public Health Education Program on HIV Transmission Dynamics, *Mathematical Medicine and Biology*, Vol. 28 No.3, pp. 245–270.
- [3] Mukandavire, Z., Garira, W. and Tchuenche, J.M. (2009), Modelling Effects of Public Health Educational Campaigns on HIV/AIDS Transmission Dynamics, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, No. 4, pp. 2084–2095.
- [4] Marsudi dan Wibowo, R.B.E. (2012), *Analisis Kualitatif Dampak Program Kampanye Edukasi Kesehatan Masyarakat pada Dinamika Penyebaran HIV*, Laporan Penelitian Unggulan-Fundamental 2012, Lemlit UB
- [5] Chitnis, N., Hyman, J.M. and Cushing, J.M. (2008), *Determining Important Parameter in the Spread of Malaria Through the Sensitivity Analysis of Mathematical Model*, Department of Public Health and Epidemiology, Vol. 70, pp. 1272-1296.
- [6] van den Driessche, P. and J. Watmough, J. (2002), Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of DiseaseTransmission, *Mathematical Biosciences*, 180, 29–48.
- [7] Chavez-Castillo and Song, B. (2004), Dynamical Models of Tuberculosis and their Applications, *Mathematical Bioscience and Engineering*, Vol. 1, No. 2, pp. 361-404.